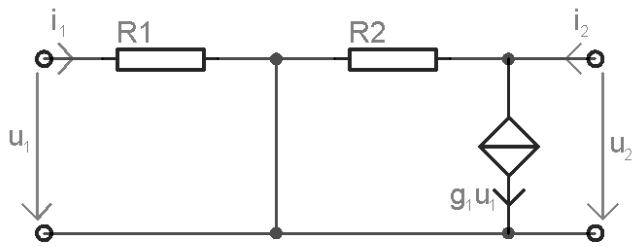
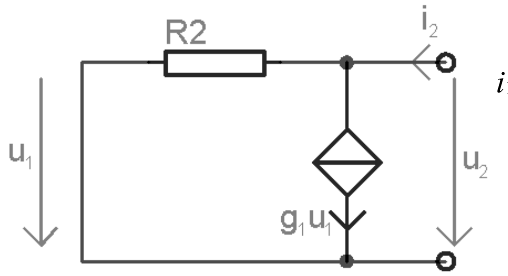
ST1-Tutorübung – Lösung zu Blatt 5

1. Gesteuerte Quellen, quellenbehaftete Zweitore, Dualität

a)

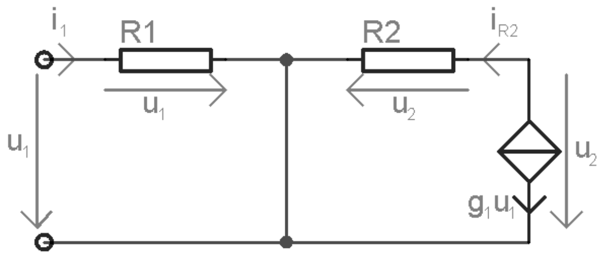


$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \boldsymbol{R}' \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r'_{11} i_1 + r'_{12} i_2 \\ r'_{21} i_1 + r'_{22} i_2 \end{pmatrix}$$



$i_1 = 0$ (LL an Tor 1):

$$u_1 = 0\text{V}$$
$$u_2 = R_2 (i_2 - g_1 \cdot 0\text{V}) = R_2 i_2$$



$i_2 = 0$ (LL an Tor 2):

$$u_1 = R_1 i_1$$
$$u_2 = R_2 i_{R2} = -R_2 g_1 u_1 = -R_1 R_2 g_1 i_1$$

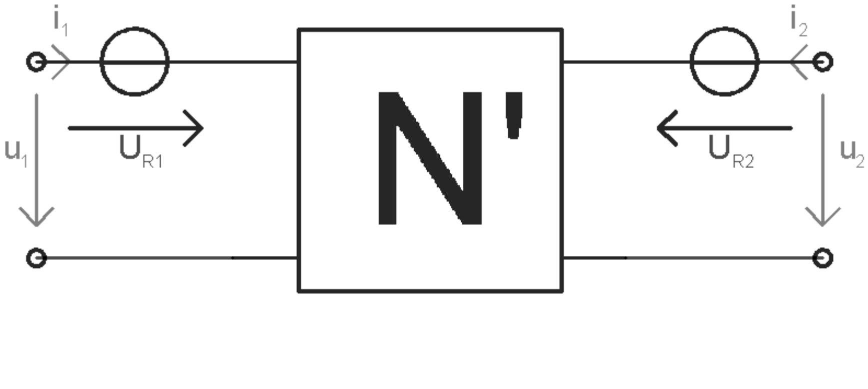
$$\Rightarrow \boldsymbol{R}' = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ -R_1 R_2 g_1 & R_2 \end{pmatrix}$$

b) $g_1 = 0 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{R}' = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{pmatrix}$ ==> reziprok; für Symmetrie: $R_1 = R_2$

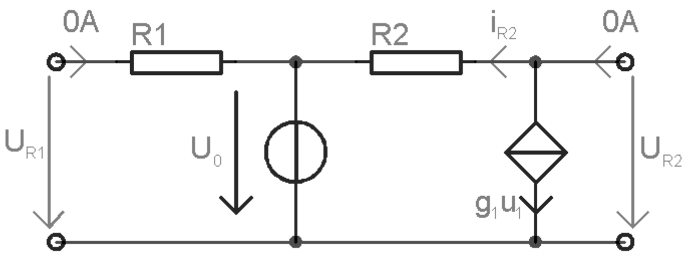
c)

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}' = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ -R_1 R_2 g_1 & R_2 \end{pmatrix}$$

d)



e)



$$U_{R1} = U_0$$
$$U_{R2} - U_0 - R_2 i_{R2} = 0$$
$$i_{R2} = -g_1 u_1 = -g_1 U_0$$
$$U_{R2} = U_0 - R_2 g_1 U_0 = (1 - R_2 g_1) U_0$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{u} = \boldsymbol{R}\,\boldsymbol{i} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 - R_2 g_1 \end{pmatrix} \cdot U_0$$

f)

$$\boldsymbol{u} \to R_d \boldsymbol{i};\quad \boldsymbol{i} \to \frac{\boldsymbol{u}}{R_d};\quad R_d = R_2 \quad \Rightarrow \quad R_2 \boldsymbol{i} = \boldsymbol{R}\frac{\boldsymbol{u}}{R_2} + \boldsymbol{u_R} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{u} = \boldsymbol{R}^{-1}(R_2^2 \boldsymbol{i} - R_2 \boldsymbol{u_R})$$

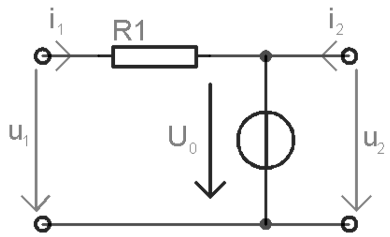
$$\boldsymbol{R}^{-1} = \frac{1}{R_1 R_2} \cdot \begin{pmatrix} R_2 & 0 \\ R_1 R_2 g_1 & R_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ g_1 & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{u} = R_2^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ g_1 & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix} \boldsymbol{i} \; - \; R_2 \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} & 0 \\ g_1 & \frac{1}{R_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 - R_2 g_1 \end{pmatrix} U_0$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{R}^d \boldsymbol{i} + \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{R}}^d;\quad \boldsymbol{R}^d = \begin{pmatrix} \frac{R_2^2}{R_1} & 0 \\ R_2^2 g_1 & R_2 \end{pmatrix};\quad \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{R}}^d = -\begin{pmatrix} \frac{R_2}{R_1} & 0 \\ R_2 g_1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 - R_2 g_1 \end{pmatrix} U_0 = -\begin{pmatrix} \frac{R_2}{R_1} \\ 1 \end{pmatrix} U_0$$

g)

$$R_2 = 0 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};\; \boldsymbol{u_R} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} U_0$$

R_2 wird zum Kurzschluss. Alle Terme, die zur gesteuerten Quelle gehören verschwinden, d.h. sie kann weggelassen werden (Stromquelle wird beim Weglassen zum Leerlauf). Also ESB:



Setzt man nun z.B. i_1 = 0A und i_2 = -1A, so gilt:

$$u_1 = R_1\,0\mathrm{A} + U_0 = 5\mathrm{V};\;\; u_2 = U_0 = 5\mathrm{V}$$
$$P = P_1 + P_2 = 0\mathrm{A} \cdot 5\mathrm{V} + (-1\mathrm{A}) \cdot 5\mathrm{V} = -5\mathrm{W} < 0$$

$\mathcal{N}$ ist mit dieser Dimensionierung also aktiv.

2. Wahr oder falsch?

a) Falsch. $\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (an beiden Toren jeweils ein Kurzschluss) ist reziprok und verlustfrei.

b) Richtig.

c) Falsch. Die einzige Beschreibungsform, die für den Nullor existiert, ist die Kettenbeschreibung-

d) Falsch. Die gesteuerte Größe muss nicht zwingend linear von der steuernden abhängen.

e) Richtig.

f) Richtig. $\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} 0 & \ddot{u} \\ -\ddot{u} & 0 \end{pmatrix}$