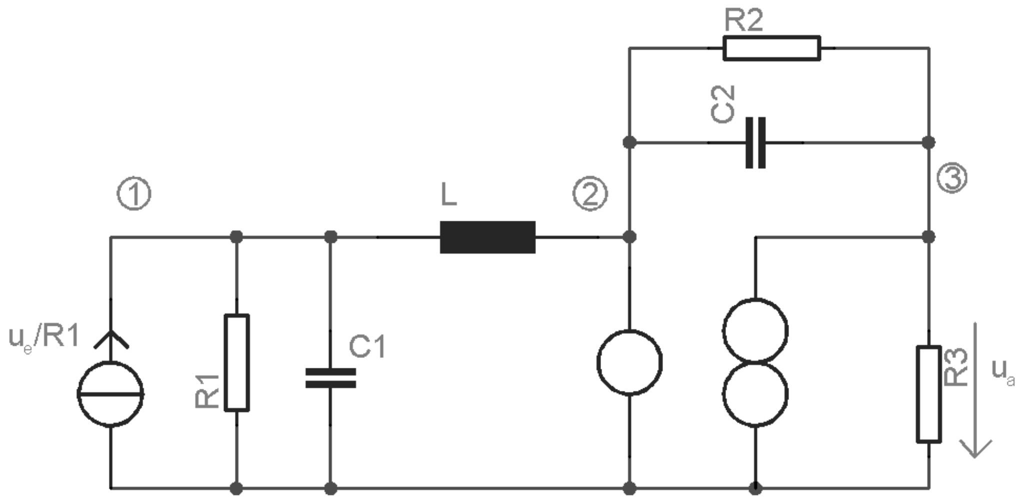
# ST2-Tutorübung – Lösung zu Blatt 9

## *1. Komplexe Knotenspannungsanalyse, Übertragungsfunktion*

a) Die Erregung $u_e$ muss sinusförmig und die Schaltung stabil und eingeschwungen sein.

b) $\underline{Y}_2 = j\omega C_2 + \frac{1}{R_2}$

c)




d)

$$\mathbf{Y}' = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{j\omega L} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega L} & \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_2} + j\omega C_2 & -\frac{1}{R_2} - j\omega C_2 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} - j\omega C_2 & \frac{1}{R_2} + j\omega C_2 + \frac{1}{R_3} \end{pmatrix} \quad \mathbf{i_q}' = \begin{pmatrix} \frac{U_e}{R_1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L} & 0 \\ -\frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{R_2} - j\omega C_2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{i_q} = \begin{pmatrix} \frac{U_e}{R_1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

e) $\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 + \frac{1}{j\omega L}\right) U_{k1} = \frac{U_e}{R_1}$

$$\Rightarrow U_{k1} = \frac{U_e/R_1}{1/R_3 + j\omega C_1 + 1/(j\omega L)} = \frac{U_e\, j\omega L}{j\omega L + j^2\omega^2 L C_1 R_1 + R_1}$$

$$\left(-\frac{1}{j\omega L}\right) U_{k1} - \left(\frac{1}{R_2} + j\omega C_2\right) U_{k3} = 0$$

$$\Rightarrow U_{k3} = \frac{-1/(j\omega L)}{1/R_2 + j\omega C_2} U_{k1} = -\frac{1}{j\omega L} \cdot \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} U_{k1}$$

$$\Rightarrow\ U_{k3} = -\frac{R_2}{(j\omega L + j^2\omega^2 L C_1 R_1 + R_1)(1 + j\omega C_2 R_2)} U_e$$

$$H(p) = H(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{U_{k3}}{U_e} = -\frac{R_2}{(L C_1 R_1 p^2 + L p + R_1)(C_2 R_2 p + 1)}$$

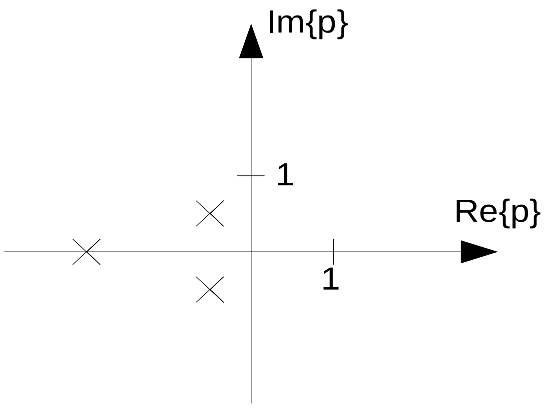
f) $$H(p) = -\frac{1\,k\Omega}{(2\,\Omega s^2 \cdot p^2 + 2\,\Omega s \cdot p + 1\,\Omega)(0{,}5\,s \cdot p + 1)} = -\frac{1000}{(2\,s^2 \cdot p^2 + 2\,s \cdot p + 1)(0{,}5\,s \cdot p + 1)}$$

$\Rightarrow$ keine Nullstellen

$$\Rightarrow\ p_{\infty,1} = \frac{1}{-0{,}5\,s} = -2\,s^{-1}$$

$$\Rightarrow\ p_{\infty,2/3} = \frac{-2\,s \pm \sqrt{4\,s^2 - 4 \cdot 2\,s^2 \cdot 1}}{2 \cdot 2\,s^2} = -0{,}5\,s^{-1} \pm \frac{\sqrt{-4\,s^2}}{4\,s^{-2}} = (-0{,}5 \pm j\,0{,}5)\,s^{-1}$$

g)




h) Die Eigenwerte der Systemmatrix entsprechen den Polstellen der Übertragungsfunktion.
Also: $\lambda_1 = -2\,s^{-2};\ \lambda_{2/3} = (-0{,}5 \pm j\,0{,}5)\,s^{-1}$ (andere Nummerierung möglich)

i) $$H(p)\big|_{p=j\omega=j\,1\,s^{-1}} = -\frac{1000}{(2\,s^2 \cdot j^2\,1\,s^{-2} + 2\,s \cdot j\,1\,s^{-1} + 1)(0{,}5\,s \cdot j\,1\,s^{-1} + 1)} = -\frac{1000}{(-2 + j\,2 + 1)(j\,0{,}5 + 1)}$$

$$= -\frac{1000}{-2 + j\,2 + 1 - j + j^2 + j\,0{,}5} = -\frac{1000}{-2 + j\,1{,}5} = -\frac{1000(-2 - j\,1{,}5)}{2^2 + 1{,}5^2} = \frac{1000(2 + j\,1{,}5)}{6{,}25}$$

$$\left|H(j\,1\,s^{-1})\right| = \frac{1000}{6{,}25} \cdot \sqrt{2^2 + 1{,}5^2} = \frac{1000}{6{,}25} \cdot 2{,}5 = \frac{1000 \cdot 10/4}{25/4} = \frac{1000 \cdot 2}{5} = 400$$

$$\sphericalangle(H(j\,1\,s^{-1})) = \arctan\left(\frac{1{,}5}{2}\right) = \arctan(0{,}75)$$