ST2-Tutorübung – Lösung zu Blatt 11

1. Ortskurven

a) $0=\frac{\omega^2 RC^2}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 R^2 C^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega=0 \\ \omega\to\infty \end{cases}$

$0=\frac{\omega C(1-\omega^2 LC)}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 R^2 C^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega=0 \\ \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{2\cdot 10^{-6} s^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\text{kHz} \\ \omega\to\infty \end{cases}$

b) $\omega^2 RC^2=\omega C(1-\omega^2 LC) \Rightarrow \omega RC=(1-\omega^2 LC) \Rightarrow LC\omega^2+RC\omega-1=0$

$\omega_{1/2}=\frac{-RC\pm\sqrt{(RC)^2+4LC}}{2LC}=\frac{-1\text{ms}\pm\sqrt{1(\text{ms})^2+8(\text{ms})^2}}{4(\text{ms})^2}=\begin{cases} 500\text{Hz} \\ (-1\text{kHz}) \end{cases} \hat{=}$ Re = Im

$\omega^2 RC^2=-\omega C(1-\omega^2 LC) \Rightarrow -\omega RC=(1-\omega^2 LC) \Rightarrow LC\omega^2-RC\omega-1=0$

$\omega_{1/2}=\frac{RC\pm\sqrt{(RC)^2+4LC}}{2LC}=\frac{1\text{ms}\pm\sqrt{1(\text{ms})^2+8(\text{ms})^2}}{4(\text{ms})^2}=\begin{cases} 1\text{kHz} \\ (-500\text{Hz}) \end{cases} \hat{=}$ Re = - Im

c)

ω	Re{Y}	Im{Y}
0	0	0
500Hz	0,5S	0,5S
$\frac{1}{\sqrt{2}}$kHz	1S	0
1kHz	0,5S	-0,5S
∞	0	0

d) siehe Skizze

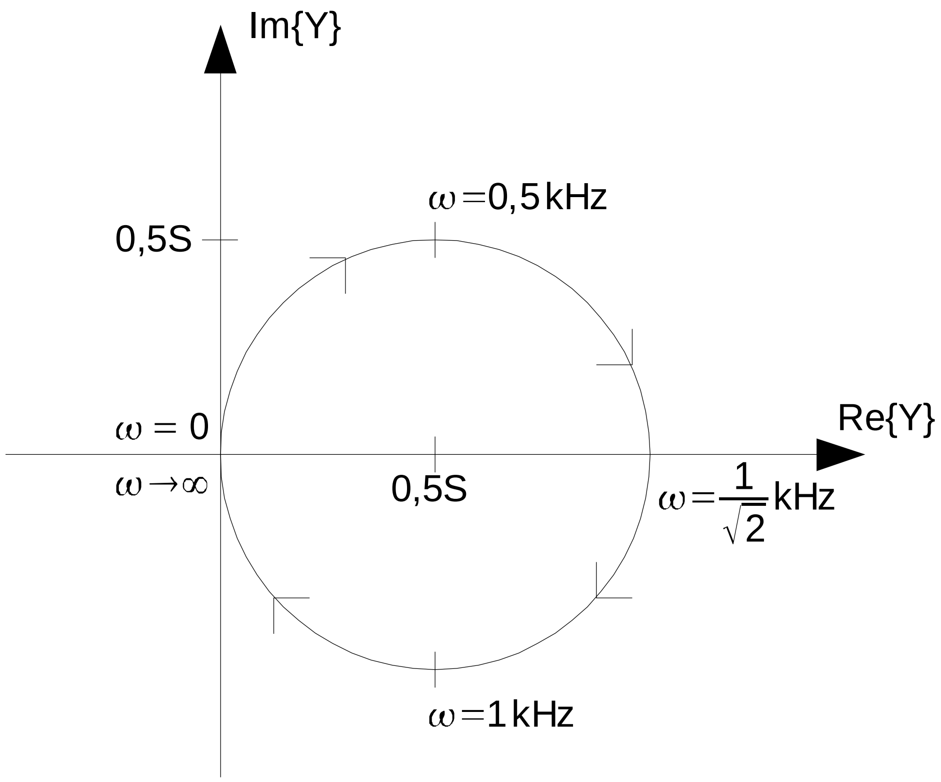
e) $0=R \Rightarrow$ nicht erfüllbar

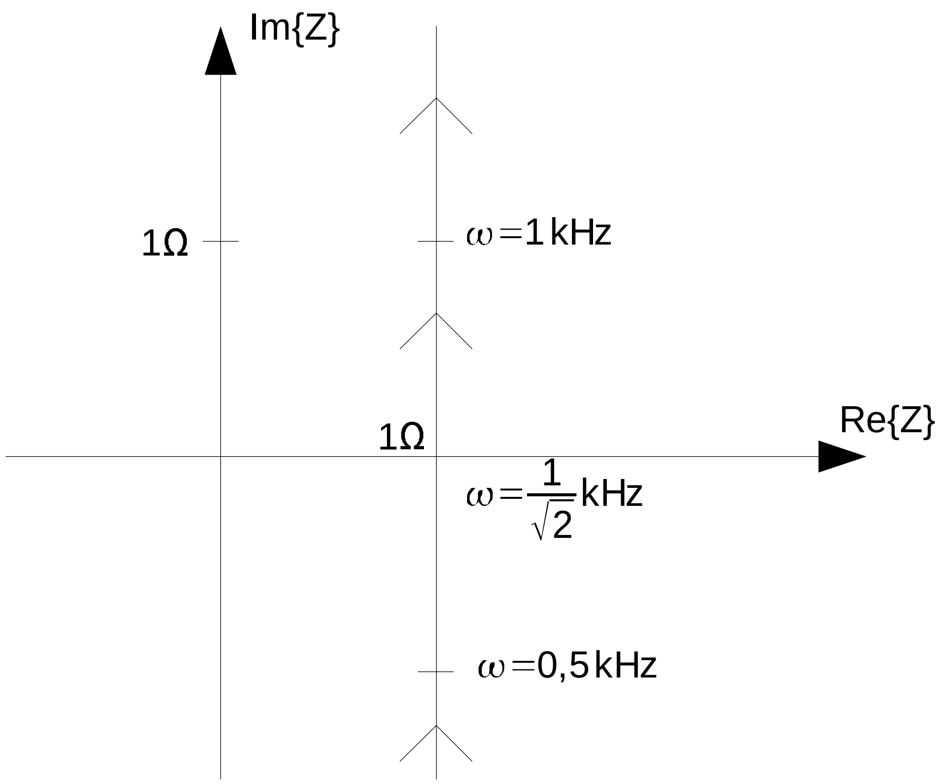
$j\omega L+\frac{1}{j\omega C}=j(\omega L-\frac{1}{\omega C}) \Rightarrow 0=\omega L-\frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 LC=1 \Rightarrow \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\text{kHz}$

$R=\omega L-\frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega RC=\omega^2 LC-1 \Rightarrow LC\omega^2-RC\omega-1=0 \Rightarrow \omega=1\text{kHz}$

$-R=\omega L-\frac{1}{\omega C} \Rightarrow -\omega RC=\omega^2 LC-1 \Rightarrow LC\omega^2+RC\omega-1=0 \Rightarrow \omega=500\text{Hz}$

ω	Re{Z}	Im{Z}
500Hz	1Ω	1Ω
$\frac{1}{\sqrt{2}}$kHz	1Ω	0
1kHz	1Ω	-1Ω





f) $Z=\frac{1}{Y}=\left(\frac{1}{Y^*}\right)^*$

Entspricht Spiegelung am Einheitskreis und an der reellen Achse.

2. Komplexe Leistung

a) $U = \hat{U}$

$$Y = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega C}{1 + j\omega C R} = \frac{j\omega C + \omega^2 C^2 R}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

b) $P = \frac{1}{2} U\, I^* = \frac{1}{2} \hat{U}^2 \frac{\omega^2 C^2 R - j\omega C}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$

c) Die Wirkleistung ist der Leistungsmittelwert, *T* die Dauer einer Periode.

$$E = T \cdot P_W = \frac{2\pi}{\omega} \cdot \mathrm{Re}\{P\} = \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{2} \hat{U}^2 \frac{\omega^2 C^2 R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} = \pi \hat{U}^2 C^2 R \frac{\omega}{1 + \omega^2 C^2 R^2}$$

d) $0 = \frac{\partial E}{\partial \omega} = \pi \hat{U}^2 C^2 R \frac{(1 + \omega^2 C^2 R^2) - \omega(2\omega C^2 R^2)}{(1 + \omega^2 C^2 R^2)^2} = \pi \hat{U}^2 C^2 R \frac{1 - \omega^2 C^2 R^2}{(1 + \omega^2 C^2 R^2)^2}$

$\Rightarrow\ 0 = 1 - \omega^2 C^2 R^2 \ \Rightarrow\ \omega = \pm \frac{1}{RC}$

Für $\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$ wird $E = 0$, dazwischen ist es stets positiv. Also muss es sich bei der Stelle mit waagerechter Tangente um ein Maximum handeln.

$$E_{max} = \pi \hat{U}^2 C^2 R \frac{\frac{1}{RC}}{1 + \frac{C^2 R^2}{C^2 R^2}} = \pi \frac{1}{2} C \hat{U}^2$$