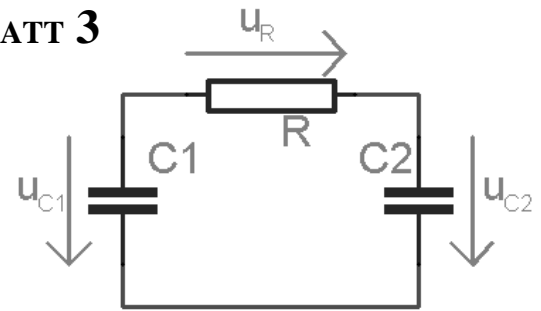


ST2-TUTORÜBUNG – BLATT 3

1. Umladen von Kapazitäten

Gegeben sei die nebenstehende Schaltung.



- *a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen i_{C1} und \dot{u}_{C1} ?
- *b) Gib i_{C1} sowie i_{C2} jeweils in Abhängigkeit von u_{C1} , u_{C2} und R an.
- c) Stelle die Differentialgleichungen für u_{C1} und u_{C2} auf und schreibe das Differentialgleichungssystem in Matrix-Vektor-Notation.

Im Folgenden gelte stets $C_1 = C_2 = C$, so dass sich $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{RC} \\ \frac{1}{RC} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix}$ ergibt.

- *d) Bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren der Systemmatrix A .
- *e) Handelt es sich um ein stabiles System? (Begründung!)

Das System soll nun mit Hilfe der Transformationsmatrix $Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ transformiert werden.

- *f) Zeige, dass die Systemmatrix durch diese Transformation diagonalisiert wird.
- g) Wie lautet die allgemeine Lösung des diagonalisierten Systems?

Als Anfangswerte seien gegeben $u_{C1}(0) = U_0$ und $u_{C2}(0) = 0$.

- *h) Wie lauten diese Anfangswerte im transformierten System?

- i) Bestimme für die gegebenen Anfangswerte $u_{C1}(t)$ für $t \geq 0$.

Auf gleiche Weise lässt sich berechnen, dass für $t \geq 0$ gilt: $u_{C2}(t) = \frac{U_0}{2} \left(1 - e^{-\frac{2t}{RC}} \right)$

- *j) Auf welchen Punkt strebt das System zu?

- *k) Welcher Zusammenhang besteht zwischen i_R und \dot{u}_{C2} ?

- l) Berechne den Strom $i_R(t)$ durch R und die Momentanleistung $p_R(t) = u_R(t) \cdot i_R(t)$, die in R umgesetzt wird.

- m) Wie viel Energie geht während des Umladens der Kapazitäten verloren?

- n) Was ergibt sich für diese Energie, wenn R zu einem idealen Leiter wird? ($R \rightarrow 0$)

- *o) Überprüfe das Ergebnis der Teilaufgaben k) und l) durch Berechnung der auf den Kapazitäten gespeicherten Energien vor und nach dem Umladen.