

## ST2-TUTORÜBUNG – BLATT 5

### 1. Fallunterscheidungen in linearen Systemen zweiten Grades

Gegeben seien drei homogene lineare Schaltungen zweiten Grades, die durch das Differentialgleichungssystem  $\dot{x} = A x$  mit jeweils einer der folgenden Systemmatrizen beschrieben werden:

$$1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} \qquad 2) \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \qquad 3) \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Zunächst werde Schaltung 1) betrachtet.

\*a) Berechne die Eigenwerte der Systemmatrix  $A$ .

b) Ist das System stabil? (Begründung!)

Das System soll nun auf die Form  $\dot{\xi} = \Lambda \xi$  transformiert werden.

c) Gib dazu zunächst die Transformationsmatrix an und schreibe dann das transformierte System sowohl in Matrix-Vektor-Notation als auch als einzelne Differentialgleichungen.

\*d) Wie lautet die allgemeine Lösung des transformierten Systems?

e) Transformiere die Lösung zurück in den ursprünglichen Zustandsraum.

f) Skizziere das Phasenportrait des Systems in der  $x_1$ - $x_2$ -Ebene. Wie nennt man dieses Phasenportrait?

Im Folgenden soll Schaltung 2) analysiert werden.

\*g) Führe eine geeignete Transformation durch.

Gib dazu zunächst die Transformationsmatrix an und schreibe dann das transformierte System sowohl in Matrix-Vektor-Notation als auch als einzelne Differentialgleichungen.

h) Wie lautet die allgemeine Lösung des transformierten Systems?

i) Skizziere das Phasenportrait des Systems in der  $\xi_1$  -  $\xi_2$  -Ebene.

j) Wie nennt man das Dämpfungsverhalten dieses Systems?

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf Schaltung 3).

\*k) Welche Art von Phasenportrait ergibt sich bei dieser Schaltung? (Begründung!)

l) Welche Normalform ist zur Lösung dieses Differentialgleichungssystems geeignet?