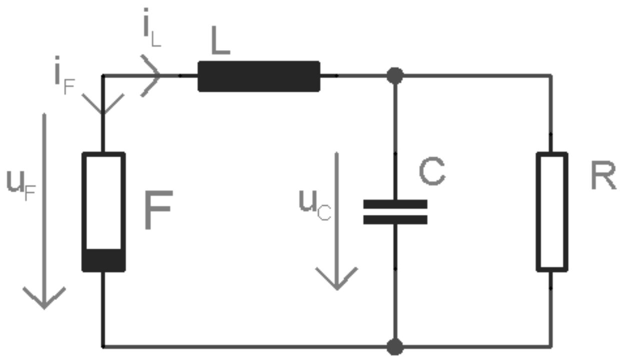
ST2-Tutorübung – Blatt 7



1. *Nichtlineares System zweiten Grades*

Gegeben sei nebenstehende Schaltung mit
$R=1\,k\Omega;\;\; L=\frac{1}{2}H;\;\; C=\frac{1}{9}\mu F.$

*a) Gib i_C in Abhängigkeit von u_C und i_L an.

*b) Gib u_L in Abhängigkeit von u_C und i_L an. Welche Forderung muss hierzu das Eintor $\mathcal{F}$ erfüllen?

c) Stelle für die Schaltung ein Differentialgleichungssystem der Form $\begin{pmatrix}\dot{u}_C\\ \dot{i}_L\end{pmatrix}=\boldsymbol{F}(u_C, i_L)$ auf.

Durch Normierung mit $u_N=1V$, $i_N=1mA$ und $t_N=1\,ms$ kann das Differentialgleichungssystem auf folgende dimensionslose Form gebracht werden:

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\begin{pmatrix}-9x_1+9x_2\\ -2x_1+2\hat{r}_F(-x_2)\end{pmatrix} \text{ mit } \boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}u_C/u_N\\ i_L/i_N\end{pmatrix}$$

Hierbei ist $\hat{r}_F$ die dimensionslose Widerstandsbeschreibung von $\mathcal{F}$.

*d) Welche Eigenschaft müsste $\mathcal{F}$ haben, damit das Differentialgleichungssystem in der Form $\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{v}$ geschrieben werden könnte?

Die dimensionslose Beschreibung von $\mathcal{F}$ sei $\hat{u}_F=\hat{r}_F(\hat{i}_F)=\hat{i}_F^3-a\cdot\hat{i}_F$. Zunächst sei *a*=5.

*e) Bestimme alle Gleichgewichtspunkte des Systems.

f) Linearisiere das System in den Gleichgewichtspunkten und bestimme die jeweiligen Typen der Gleichgewichtspunkte.

g) Bestimme die Eigenrichtungen des Systems im Punkt $\boldsymbol{x}=(0\quad 0)^{\mathsf{T}}$.

h) Gib als Beschreibung der Isoklinen zu m=0 sowie zu $m\to\infty$ jeweils einen algebraischen Zusammenhang zwischen x_1 und x_2 an.

i) Skizziere das Phasenportrait der Schaltung in der Umgebung der Gleichgewichtspunkte.

j) Erkläre kurz den Begriff Separatrix und markiere die Separatrix im Phasenportrait.

*k) Für welche Werte von *a* würde nur ein Gleichgewichtspunkt existieren?

*l) Welchen Typ hätte der Gleichgewichtspunkt $\boldsymbol{x}=(0\quad 0)^{\mathsf{T}}$ für *a*=0?