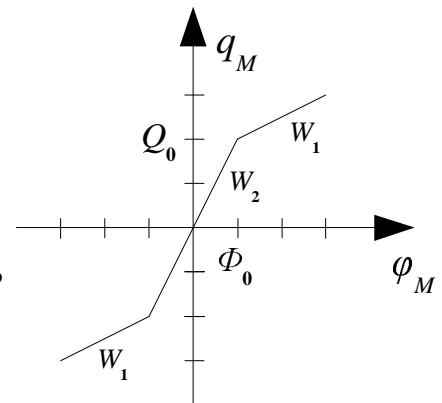


ST2-TUTORÜBUNG – ZUSATZBLATT 2

1. Memristor

Gegeben sei ein Memristor M , dessen Kennliniensteigung (Memduktanz) $W(\varphi_M)$ abschnittsweise konstant den Wert $W(\varphi_M)=W_1$ bzw. $W(\varphi_M)=W_2$ hat (siehe Skizze).



*a) Welche der folgenden Eigenschaften besitzt dieser Memristor?

- spannungsgesteuert • flussgesteuert • linear
- stromgesteuert • streng linear • ungepolt
- ladungsgesteuert • stückweise linear • zeitvariant

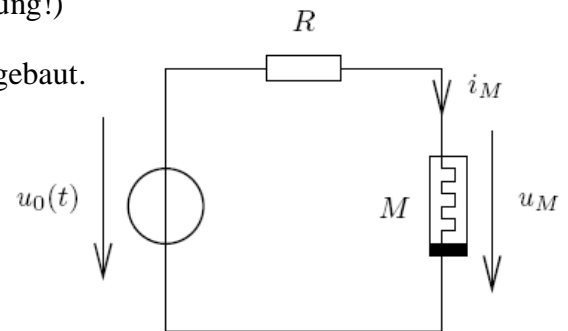
*b) Wie lautet allgemein jeweils der Zusammenhang zwischen Spannung und Fluss sowie zwischen Strom und Ladung?

*c) Gib für alle Kennlinienabschnitte q_M als Funktion von φ_M an.

d) Welchen Ausdruck für i_M erhält man durch Ableiten dieses Zusammenhanges?

e) Gib nun i_M in Abhängigkeit von u_M an. (Fallunterscheidung!)

Der Memristor werde nun in die nebenstehende Schaltung eingebaut.

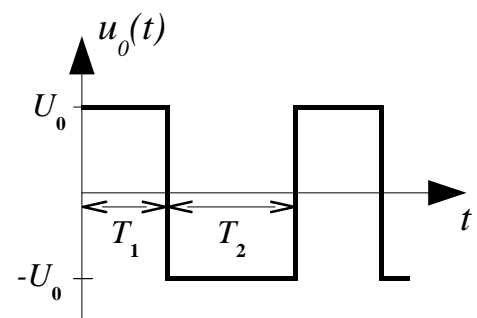


*f) Bestimme u_M in Abhängigkeit von $u_0(t)$ und u_R (Spannung am Widerstand R).

*g) Welcher Zusammenhang besteht zwischen u_R und i_M ?

h) Gib nun u_M in Abhängigkeit der Spannung $u_0(t)$, des Widerstandes R und der Memduktanz $W(\varphi_M)$ an.

Die Erregung $u_0(t)$ ist im nebenstehenden Diagramm gegeben. Im Folgenden gelte $\varphi_M(0)=0$ und $T_1=T_2=T$.



i) Gib $u_M(t)$ für kleine Zeiten $t > 0$ an.

j) Zu welchem Zeitpunkt t_1 wird $\varphi_M(t_1)=\Phi_0$ erreicht?

k) Bestimme $\varphi(T)$ unter der Annahme, dass $T > t_1$. (Die Annahme gilt auch in allen folgenden Teilaufgaben.)

l) Berechne und skizziere $u_M(t)$ für $0 \leq t \leq 3T$.

m) Wie ist T zu wählen, damit alle Abschnitte im Spannungsverlauf gleich lang sind?

n) Wie ist R zu wählen, damit alle Stufen im Spannungsverlauf gleich hoch sind?

o) Welche Bedingung müssen W_1 und W_2 erfüllen, damit diese Forderung mit einem positiven Widerstand erfüllt werden kann? Ist dies beim vorliegenden Memristor gegeben?

*p) Was würde für große t passieren, wenn $T_1 \neq T_2$ gewählt würde?

ST2-TUTORÜBUNG – LÖSUNG ZU ZUSATZBLATT 2

1. Memristor

a) ladungsgesteuert, flussgesteuert, stückweise linear, ungepolt

b) $u = \dot{\varphi}$ und $i = \dot{q}$

$$c) \quad q_M = \begin{cases} -Q_0 + W_1(\varphi_M + \Phi_0) & \varphi_M \leq -\Phi_0 \\ W_2 \varphi_M & -\Phi_0 < \varphi_M \leq \Phi_0 \\ Q_0 + W_1(\varphi_M - \Phi_0) & \Phi_0 < \varphi_M \end{cases}$$

$$d) \quad i_M = \dot{q}_M = \begin{cases} W_1 \dot{\varphi}_M & \varphi_M \leq -\Phi_0 \\ W_2 \dot{\varphi}_M & -\Phi_0 < \varphi_M \leq \Phi_0 \\ W_1 \dot{\varphi}_M & \Phi_0 < \varphi_M \end{cases}$$

$$e) \quad i_M = \begin{cases} W_1 u_M & \varphi_M \leq -\Phi_0 \\ W_2 u_M & -\Phi_0 < \varphi_M \leq \Phi_0 \\ W_1 u_M & \Phi_0 < \varphi_M \end{cases}$$

f) $u_M = u_0(t) - u_R$

g) $u_R = R i_R = R i_M$

$$h) \quad u_M = u_0(t) - R i_M = u_0(t) - R \cdot W(\varphi_M) \cdot u_M \Rightarrow u_M = \frac{u_0(t)}{R \cdot W(\varphi_M) + 1}$$

$$i) \quad u_M = \frac{U_0}{R \cdot W_2 + 1} \quad \text{für kleine } t > 0$$

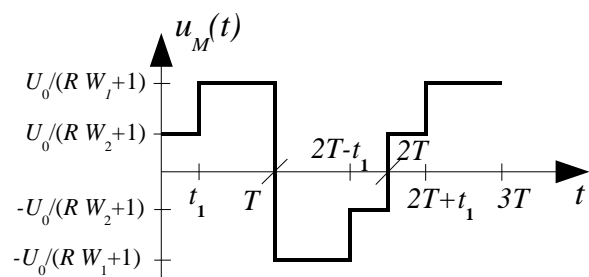
$$j) \quad \Phi_0 = \varphi_M(t_1) = \varphi_M(0) + \int_0^{t_1} u_M(t) dt = 0 + \int_0^{t_1} \frac{U_0}{R \cdot W_2 + 1} dt = \frac{U_0 \cdot t_1}{R \cdot W_2 + 1} \Rightarrow t_1 = \frac{\Phi_0 (R \cdot W_2 + 1)}{U_0}$$

$$k) \quad \varphi_M(T) = \varphi_M(t_1) + \int_{t_1}^T \frac{U_0}{R \cdot W_1 + 1} dt = \Phi_0 + \frac{U_0(T - t_1)}{R \cdot W_1 + 1}$$

$$l) \quad u_M(t) = \begin{cases} U_0 / (R \cdot W_2 + 1) & 0 \leq t < t_1 \\ U_0 / (R \cdot W_1 + 1) & t_1 \leq t < T \\ -U_0 / (R \cdot W_1 + 1) & T \leq t < 2T - t_1 \\ -U_0 / (R \cdot W_2 + 1) & 2T - t_1 \leq t < 2T \end{cases}$$

$$u_M(t + 2T) = u_M(t)$$

$$m) \quad T = 2t_1 = \frac{2\Phi_0(R \cdot W_2 + 1)}{U_0}$$



$$\begin{aligned} \text{n) } \frac{U_0}{R \cdot W_1 + 1} - \frac{U_0}{R \cdot W_2 + 1} &= \frac{U_0}{R \cdot W_2 + 1} - \frac{-U_0}{R \cdot W_2 + 1} \Rightarrow \frac{1}{R \cdot W_1 + 1} = \frac{3}{R \cdot W_2 + 1} \\ &\Rightarrow 3(R \cdot W_1 + 1) = R \cdot W_2 + 1 \Rightarrow R(3W_1 - W_2) = -2 \Rightarrow R = \frac{2}{W_2 - 3W_1} \end{aligned}$$

$$\text{o) } W_2 > 3W_1$$

Laut Kennlinie gilt: $W_2 = 4W_1 \Rightarrow$ Bedingung ist hier erfüllt

p) φ_M würde auf ∞ oder $-\infty$ zustreben (jenach ob T_1 oder T_2 größer ist)

$$\Rightarrow u_M(t) = \pm \frac{U_0}{R \cdot W_1 + 1}$$